

### Aceleración de la partícula

Una partícula ocupa un lugar en el espacio tiempo, al evolución el tiempo las partículas pueden cambiar de posición, realizándose una tasa de cambio de posición respecto al tiempo, lo cual es llamado velocidad. Esta última puede cambiar con el tiempo y su grado de variación es medido por una cantidad vectorial llamada aceleración. De manera que, la aceleración es la tasa de cambio de la velocidad de una partícula al transcurrir el tiempo.

La aceleración se mide en metros sobre segundo al cuadrado y puede ser calculada por:

$$\mathbf{a} = d\mathbf{V}/dt \text{ o bien } \mathbf{a} = d^2\mathbf{r}/dt^2.$$

La aceleración es una función del tiempo, puede ser determinada gráficamente, a partir de la gráfica velocidad versus tiempo. La magnitud de la aceleración es la pendiente de la gráfica mencionada anteriormente.

En los textos de mecánica clásica las aceleraciones mencionadas comúnmente son:

- **Aceleración nula:** Corresponde al caso de que el objeto no se mueve o se desplaza con velocidad constante. Este caso corresponde al movimiento con velocidad uniforme.
- **Aceleración constante:** En este caso el incremento de la velocidad por unidad de tiempo es una constante. Esto corresponde al movimiento uniformemente acelerado.
- **Aceleración variable:** Corresponde al caso general, la tasa de incremento o decremento de la velocidad no es constante.

### Movimiento con velocidad constante

Algunas partículas se mueven de una posición a otra manteniendo una tasa de cambio de posición constante, tanto en magnitud como en dirección. Este tipo de movimiento es llamado "movimiento con velocidad uniforme". Las fórmulas asociadas a este tipo de movimiento son:

- $\mathbf{V}$  = vector constante.
- $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{V} * \Delta t$

donde :  $\mathbf{r}$  es la posición de la partícula,  $\mathbf{r}_0$  es la posición de la partícula en el tiempo inicial,  $\mathbf{V}$  es la velocidad y  $\Delta t$  es el tiempo transcurrido después de que la partícula se encontró en la posición inicial en estudio.

#### Ejercicios:

Una partícula se desplaza con velocidad uniforme  $\mathbf{V} = (3\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$  m/s. Si en el tiempo  $t = 5$  s se encontraba en la posición  $\mathbf{r}_0$   
 $= (10$   
 $\mathbf{i}$

+ 20

**j**

) m, determine la posición de la partícula en  $t = 10$  s.

### Solución:

$$\mathbf{r}_o = ( 10 \mathbf{i} + 20 \mathbf{j} ) \text{ m}$$

$$\mathbf{V} = ( 3 \mathbf{i} + 4 \mathbf{j} ) \text{ m/s}$$

$$t_{\text{inicial}} = 5 \text{ s}$$

$$t_{\text{final}} = 10 \text{ s}$$

Para resolver el problema se debe calcular el tiempo transcurrido, tomando como tiempo inicial el de la posición indicada en el problema.

$$\Delta t = 10 \text{ s} - 5 \text{ s} = 5 \text{ s}$$

Luego aplique la fórmula para calcular la posición de la partícula en función del tiempo.

$$\mathbf{r} ( t = 10 \text{ s} ) = \mathbf{r} ( t = 5 \text{ s} ) + \mathbf{V} * \Delta t \quad \mathbf{r} ( t = 10 \text{ s} ) = ( 10 \mathbf{i} + 20 \mathbf{j} ) \text{ m} + [( 3 \mathbf{i} + 4 \mathbf{j} ) \text{ m/s}] * 5 \text{ s}$$

$$\mathbf{r} ( t = 10 \text{ s} ) = ( 25 \mathbf{i} + 40 \mathbf{j} ) \text{ m}$$

**Respuesta:** La posición de la partícula en  $t = 10$  s es  $( 25 \mathbf{i} + 40 \mathbf{j} ) \text{ m}$ .

Un objeto se encuentra para  $t = 2$  s en  $\mathbf{r}_o = ( 10 \mathbf{i} + 20 \mathbf{j} ) \text{ m}$  luego en  $t = 7$  segundos se encuentra en la posición

$$\mathbf{r}_f = ( 50 \mathbf{i} +$$

30

**j**

) m

Determine la velocidad de la partícula para el intervalo  $t = ]5, 7 \text{ s}[$ .

### Solución:

$$\mathbf{r}_o = ( 10 \mathbf{i} + 20 \mathbf{j} ) \text{ m}$$

$$\mathbf{r}_f = ( 50 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j} ) \text{ m}$$

$$t_{\text{inicial}} = 2 \text{ s}$$

$$t_{\text{final}} = 7 \text{ s}$$

Para resolver este problema calcule el tiempo transcurrido para pasar de una posición a la otra.

$$\Delta t = 7 \text{ s} - 2 \text{ s} = 5 \text{ s}$$

Luego despeje la velocidad de la fórmula de posición.

$$\mathbf{V} = [ \mathbf{r}_{\text{final}} - \mathbf{r}_{\text{inicial}} ] / \Delta t \quad \text{Aplique la fórmula que se despejó.}$$

$$\mathbf{V} = [ ( 50 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j} ) \text{ m} - ( 10 \mathbf{i} + 20 \mathbf{j} ) \text{ m} ] / 5$$

$$\mathbf{V} = \{ [ 40 \mathbf{i} + 10 \mathbf{j} ] / 5 \} \text{ m/s}$$

$$\mathbf{V} = [ 8 \mathbf{i} + 2 \mathbf{j} ] \text{ m/s}$$

**Respuesta:** La velocidad de la partícula es  $\mathbf{V} = [ 8 \mathbf{i} + 2 \mathbf{j} ] \text{ m/s}$ .

### Movimiento uniformemente acelerado

Al desplazarse una partícula de un punto a otro puede variar su velocidad a lo largo del tiempo, si la tasa de cambio es un vector constante el movimiento se denomina uniformemente acelerado (M.U.A.). Su aceleración para este caso es:

$\mathbf{a} = [ \mathbf{V}_{\text{final}} - \mathbf{V}_{\text{inicial}} ] / \Delta t$  El cambio de velocidad para un tiempo de terminado en M.U.A. se calcula como:

$$\Delta \mathbf{V} = \mathbf{a} * \Delta t$$

#### Ejercicios:

Una partícula se mueve con aceleración constante  $\mathbf{a} = [ ( 5 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j} ) \text{ m/s}^2$ , durante 10 segundos. Si su velocidad en  $t = 3 \text{ s}$  es

$$\mathbf{V}(t=3\text{s}) = [ ( 50 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j} ) \text{ m/s} ]$$

determine la velocidad en  $t = 5 \text{ s}$ .

#### Solución:

$$\mathbf{a} = ( 5 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j} ) \text{ m/s}^2$$

$$\mathbf{V}(t=3\text{s}) = ( 50 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j} ) \text{ m/s}$$

$$t_{\text{inicial}} = 3 \text{ s}$$

$$t_{\text{final}} = 5 \text{ s}$$

Calcule el cambio de velocidad para el intervalo de  $t = [3, 5 \text{ s}]$ .  $\Delta \mathbf{V} = ( 5 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j} ) \text{ m/s}^2 * [ 5 \text{ s} - 3 \text{ s} ]$

$$\Delta \mathbf{V} = ( 10 \mathbf{i} + 6 \mathbf{j} ) \text{ m/s}$$

Calcule la velocidad final recordando el valor de la inicial indicada en el problema.  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \Delta \mathbf{V}$

$$\mathbf{V} = ( 50 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j} ) \text{ m/s} + ( 10 \mathbf{i} + 6 \mathbf{j} ) \text{ m/s}$$

$$\mathbf{V} = ( 60 \mathbf{i} + 36 \mathbf{j} ) \text{ m/s}$$

**Respuesta:** La velocidad en  $t = 5 \text{ s}$   $\mathbf{V} = ( 60 \mathbf{i} + 36 \mathbf{j} ) \text{ m/s}$ .

Un objeto se desplaza con aceleración constante, en  $t = 2 \text{ s}$  su velocidad es  $\mathbf{V}(t=2\text{s}) = ( 10$

$\mathbf{i}$   
+ 5  
 $\mathbf{j}$   
) m  
/s  
y  
en  $t = 5$  s es

$\mathbf{V}$   
( $t = 5$  s) =  
( 50  
 $\mathbf{i}$   
+ 30  
 $\mathbf{j}$   
) m  
/s  
.

Determine la aceleración del objeto y su velocidad en  $t = 10$  s.

### Solución:

$$\mathbf{V}(t = 2\text{s}) = (10 \mathbf{i} + 5 \mathbf{j}) \text{ m/s}$$

$$\mathbf{V}(t = 5\text{s}) = (50 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j}) \text{ m/s}$$

$$t_{\text{inicial}} = 2 \text{ s}$$

$$t_{\text{final}} = 5 \text{ s}$$

Para resolver este problema utilice la fórmula básica de aceleración igual a cambio de velocidad entre tiempo transcurrido. Recuerde que esta fórmula solo es válida para aceleración constante.  $\mathbf{a} = [(50 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j}) \text{ m/s} - (10 \mathbf{i} + 5 \mathbf{j}) \text{ m/s}] / [5 \text{ s} - 2 \text{ s}]$   $\mathbf{a} = [25 \mathbf{i} + 15$

$\mathbf{j}$   
) m/s  
2

**Respuesta:** La aceleración del objeto es  $\mathbf{a} = [25 \mathbf{i} + 15 \mathbf{j}] \text{ m/s}^2$

Para calcular la velocidad en  $t = 10$  s, tome en cuenta el valor de aceleración ya calculado. La aceleración se puede calcular respecto a cualquier de los datos de los dos tiempos conocidos, en este caso se escogió el de 5s.

$$\mathbf{V}(t = 10 \text{ s}) = \mathbf{V}(t = 5 \text{ s}) + \mathbf{a} * (10\text{s} - 5 \text{ s})$$

$$\mathbf{V}(t = 10 \text{ s}) = (50 \mathbf{i} + 30 \mathbf{j}) \text{ m/s} + [25 \mathbf{i} + 15 \mathbf{j}] \text{ m/s}^2 * 5 \text{ s}$$

$$\mathbf{V}(t = 10 \text{ s}) = (175 \mathbf{i} + 105 \mathbf{j}) \text{ m/s}$$

**Respuesta:** La velocidad del objeto en  $t = 10$  s es  $\mathbf{V}(t = 10 \text{ s}) = (175 \mathbf{i} + 105 \mathbf{j}) \text{ m/s}$ .

### Movimiento acelerado no uniforme

Los objetos pueden desplazarse a velocidades cuya tasa de cambio no es constante en el tiempo. A este tipo de movimiento se le denomina no uniformemente acelerado. Para calcular la velocidad se debe utilizar la definición indicada en el [artículo de velocidad](#), el cual menciona que la velocidad es la primera derivada del vector posición.

Para determinar la aceleración a partir de la velocidad se debe calcular su primera derivada respecto al tiempo, mientras que si la ecuación base de movimiento de a partícula fuera la posición se debe calcular la segunda derivada de dicha función.

**Ejercicios:** Un objeto se mueve ocupando posiciones según  $\mathbf{r} = (3t \mathbf{i} + 2t^3 \mathbf{j})$ , donde la posición esta medida en metros y el tiempo en segundos. Determine la velocidad y aceleración de la partícula para  $t = 2$  s.

#### Solución:

Primero calcule la velocidad a partir de la definición del cálculo diferencial.

$$\mathbf{V}(t) = d\mathbf{r}/dt = (3\mathbf{i} + 6t^2\mathbf{j}) \text{ medida en m/s}$$

Evalúe la anterior función en  $t = 2$  s.

$$\mathbf{V}(t = 2 \text{ s}) = (3\mathbf{i} + 6 \cdot 2^2\mathbf{j}) \text{ m/s} = (3\mathbf{i} + 24\mathbf{j}) \text{ m/s}$$

**Respuesta:** La velocidad en  $t = 2$  s es  $(3\mathbf{i} + 24\mathbf{j})$  m/s.

Ahora calcule la derivada de la función velocidad que se encontró anteriormente.

$$\mathbf{a}(t) = d\mathbf{V}(t)/dt = d(3\mathbf{i} + 6t^2\mathbf{j})/dt = 12t\mathbf{j} \text{ medida en m/s}^2.$$

$$\mathbf{a}(t = 2 \text{ s}) = (12 \cdot 2\mathbf{j}) \text{ m/s}^2 = 24 \text{ m/s}^2 \mathbf{j}$$

**Respuesta:** La aceleración de la partícula es  $24 \text{ m/s}^2 \mathbf{j}$ .

{backbutton}